SEMESTRAL

UNI

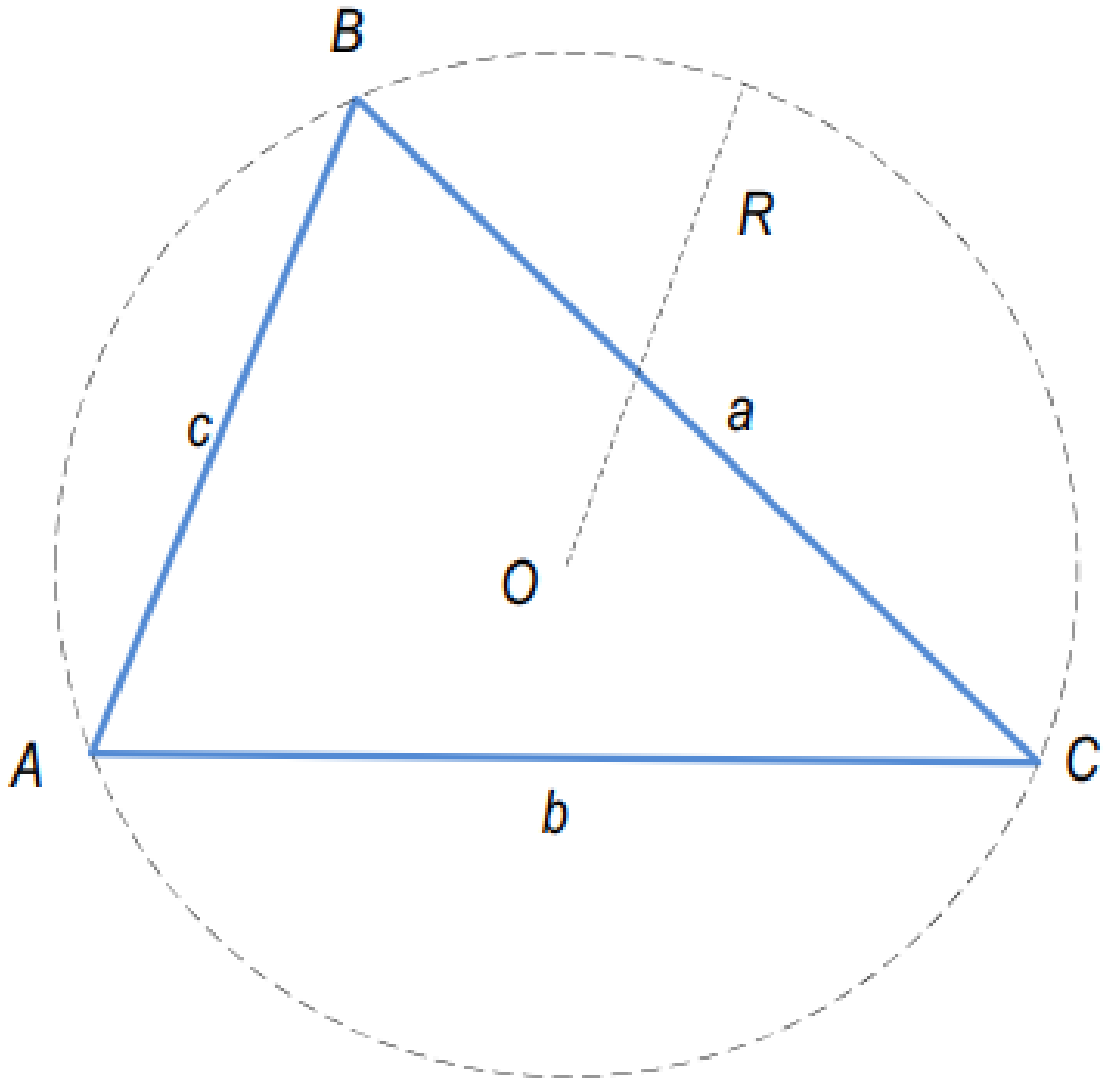
ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

TRIGONOMETRÍA

Tema: Resolución de triángulos oblicuángulos

Resolución de triángulos

Sea un triangulo ABC de lados a,b y c, cuyo circunradio es R



Se cumple

Teorema de senos

$$\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB} = \frac{C}{senC} = 2R$$

Teorema de cosenos

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bccosA$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2accosB$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2abcosC$$

Teorema de proyección

$$a = bcosC + ccosB$$
$$b = acosC + ccosA$$
$$c = acosB + bcosA$$

Problema UNI 2018

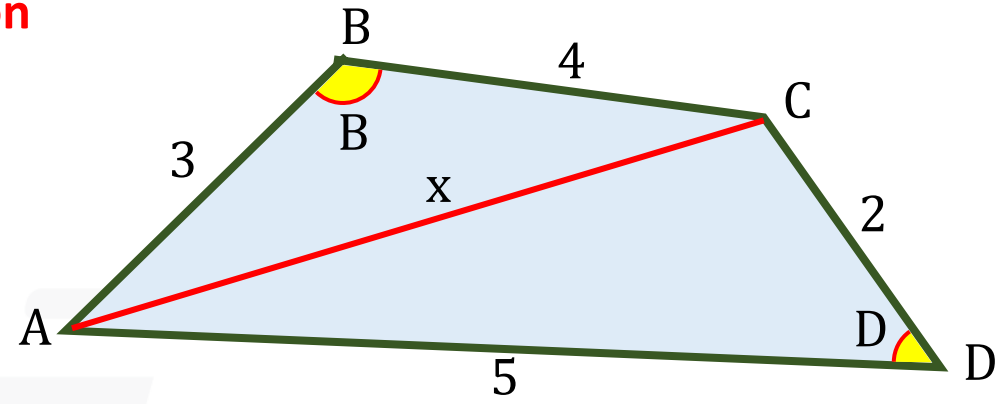
Sea ABCD un cuadrilátero con AB = 3 cm, BC = 4 cm CD = 2 cm y AD = 5 cm.

Calcule el valor de $E = \dfrac{1 + 6\cos B}{5\cos D}$

A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2

D) $\frac{5}{2}$ E) 3

Resolución



Por teorema de cosenos

$\triangle ABC: x^2 = 3^2 + 4^2 - 2(3)(4)\cos B$

$\triangle ACD: x^2 = 5^2 + 2^2 - 2(5)(2)\cos D$

Igualando

$$25 - 24\cos B = 29 - 20\cos D$$

$$20\cos D = 24\cos B + 4$$

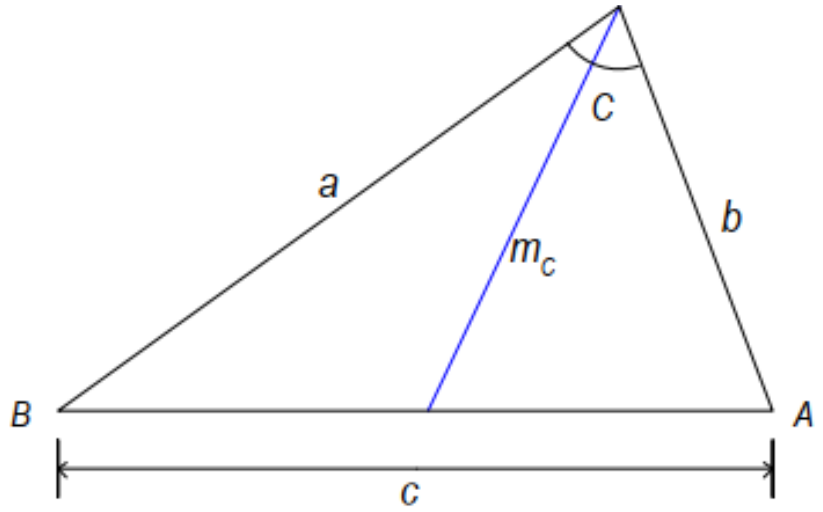
$$20\cos D = 4(1 + 6\cos B)$$

$$\rightarrow 1 = \frac{1 + 6\cos B}{5\cos D}$$

$\therefore E = 1$

Teorema de la mediana

En todo triángulo ΔABC , de lados a, b y c y mediana relativa m_c se cumple



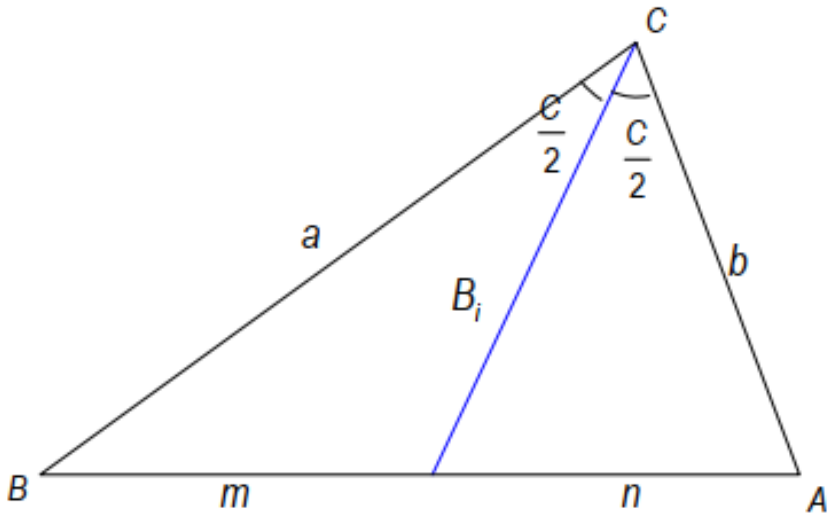
Se cumple

$$4(m_c)^2 = a^2 + b^2 + 2ab\cos C$$

$$a^2 + b^2 = 2(m_c)^2 + \frac{c^2}{2}$$

Teorema de la Bisectriz

En todo triángulo ΔABC , de lados a, b y c se cumple



Se cumple

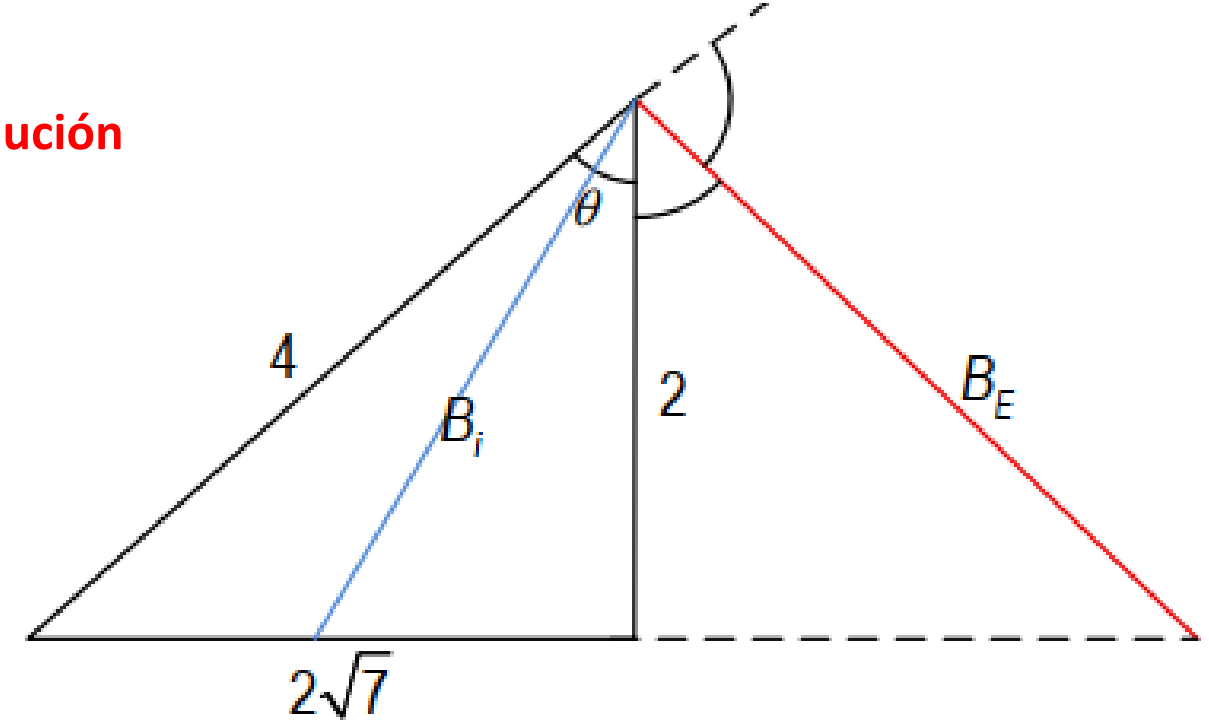
$$B_i = \frac{2ab}{a+b}\cos\frac{C}{2}$$

$$(B_i)^2 = ab - mn$$

Problema

1. En un triángulo de lados 4,2 y $2\sqrt{7}$ determine las longitudes de las bisectrices relativas al mayor ángulo.

Resolución



De la figura : Aplicamos el teorema de cosenos

$$(2\sqrt{7})^2 = 2^2 + 4^2 - 2(2)(4)cos\theta$$

$$cos\theta = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \theta = 120°$$

Aplicamos el teorema de la bisectriz interior

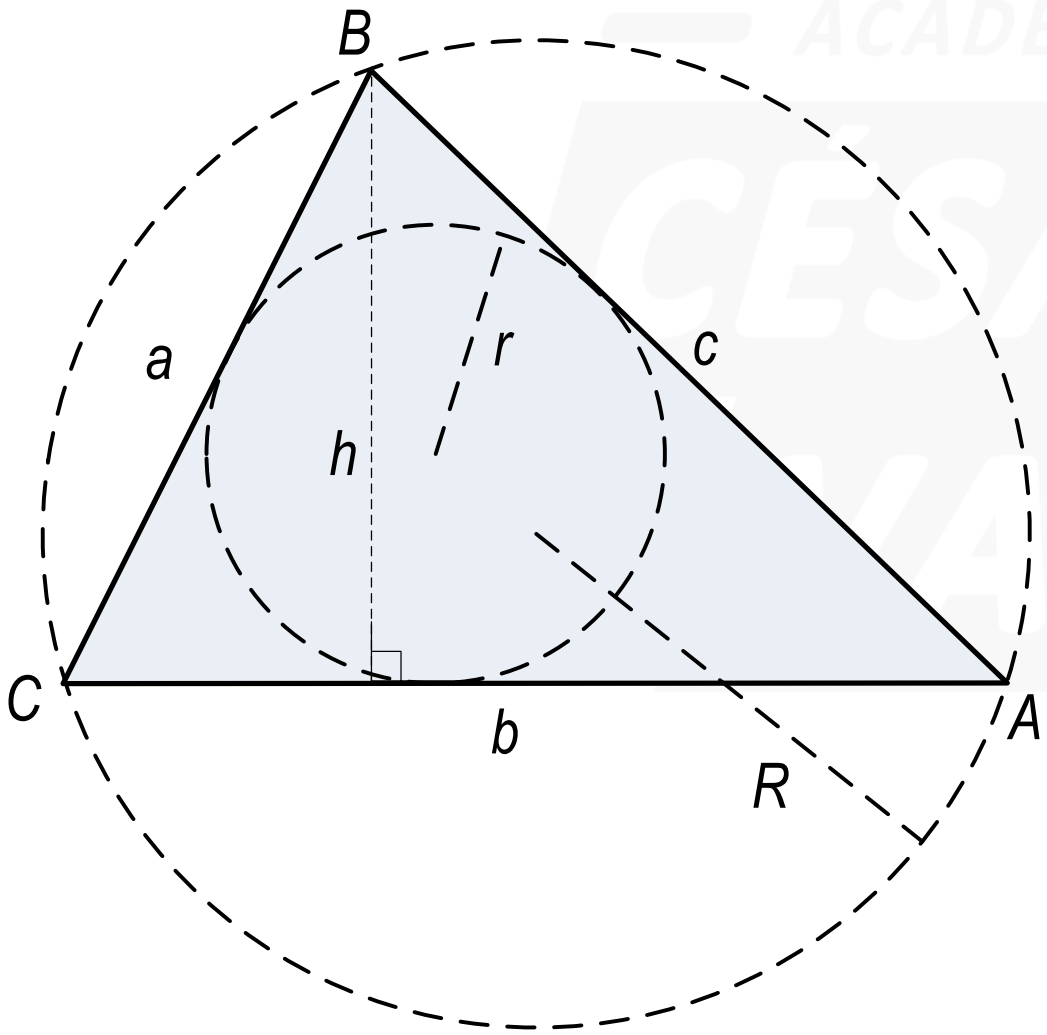
$$B_i = \frac{2ab}{a+b}cos(\frac{\theta}{2})$$

$$B_i = \frac{2(4)(2)}{4+2}cos(\frac{120°}{2})$$

$$B_i = \frac{4}{3}$$

Área de una región triangular

En un triángulo ΔABC, de lados a, b y c, el área "S" de la región triangular se determina:



$$S = \frac{1}{2} b.h$$

$$S = \frac{1}{2} a.b.senC$$

$$S = 2R^2 senAsenBsenC$$

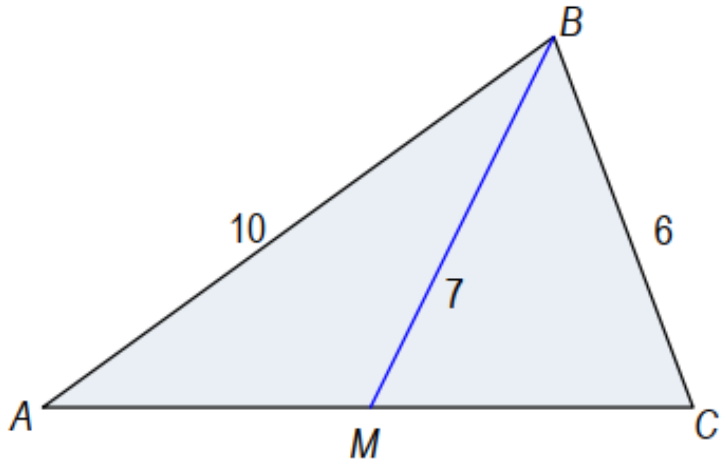
$$S = p.r$$

$$S = \frac{abc}{4R}$$

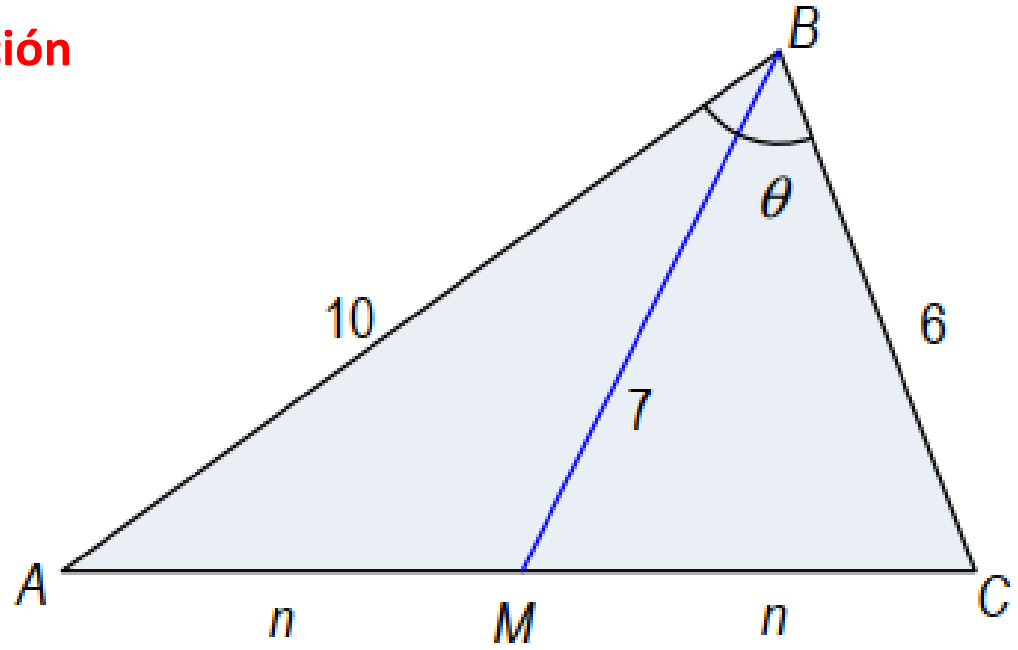
$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Problema

9. En la figura, si $AM = MC$, determine el área de la región triangular ABC



Resolución



Aplicamos el teorema de la mediana

$$4(7)^2 = 10^2 + 6^2 + 2(10)(6)cos\theta$$

$$\Rightarrow cos\theta = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \theta = 60°$$

Calculamos el área de la región ABC

$$A = \frac{1}{2}absen\theta$$

$$A = \frac{1}{2}(10)(6)sen60°$$

Entonces

$$A = 15\sqrt{3}$$

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

GRACIAS

SÍGUENOS:

academiacesarvallejo.edu.pe